

# Prueba intermedia previa a fase local

Grupo Preparación de Olimpiadas Matemáticas

10 de enero de 2020

**Problema 1.** Probar que no hay ninguna potencia natural de 2 que tenga iguales sus cuatro últimos dígitos.

**Problema 2.** Encuentra todos los números primos  $a$  y  $b$  de modo que  $a^b + b^a$  sea también primo.

**Problema 3.** Se consideran  $n$  círculos dados en el plano de modo que el área de la unión de los mismos es superior a 9 metros cuadrados. ¿Es posible elegir  $m$  círculos disjuntos (es decir, con intersección vacía entre ellos) entre los  $n$  dados de modo que el área ocupada por estos  $m$  círculos sea mayor que un metro cuadrado?

**Problema 4.** Se consideran todos los número naturales que van del 1 al 82 ordenados aleatoriamente. Prueba que es posible tachar 72 números de esa lista de modo que los números restantes están ordenados monótonamente (ya sea en orden creciente o decreciente).

Problemas sacados del sitio web: <http://newb.kettering.edu/wp/matholympiad/past-problems-solutions/>